

局内肾移植接受决策问题的竞争分析

王嘉寅¹, 许晓雯²

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学管理学院, 710049, 西安)

摘要: 通过研究肾疾病患者在仅掌握当前和之前治疗信息时, 是否接受肾移植的决策问题, 提出了一种局内肾移植接受决策问题的竞争分析方法. 首先将肾疾病患者分为可以治愈和无法治愈 2 类, 并对此分别提出了继续接受治疗或接受肾移植、立即接受肾移植或等待更合适的肾资源的 2 种局内决策算法, 前者考虑、比较了累计治疗费用与移植费用, 后者比较了 2 次移植机会之间的治疗费用与免疫费用的改进额度, 同时为肾疾病可以治愈的患者确立了局内算法集合. 在竞争分析中引入了风险补偿模型, 以评价局内算法的改进比率. 竞争分析显示, 所提局内算法的决策所带来的费用与局外算法带来的费用之比小于 2, 患者可根据自身对疾病的治愈预期和风险容忍度选择使用算法, 以获得对应的补偿收益, 从而达到治疗费用最小化的目的.

关键词: 肾移植; 接受决策; 局内算法; 竞争分析; 风险补偿

中图分类号: TP312 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)04-0423-04

Competitive Analysis about Online Problem of Kidney Transplantation Acceptance Decision-Making

WANG Jiayin¹, XU Xiaowen²

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Management Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The decision-making of the kidney transplantation acceptance is studied and a competitive analysis method is proposed, when only the current and previous treatment information is held by patients. Patients are recognized as curable and incurable, and two online algorithms for these two kinds of patients are proposed. The first algorithm concerns with either continuing the treatment or accepting kidney transplantation by considering and comparing the total treatment spending and the transplantation cost, while the second one concerns with either waiting for more suitable kidney resource or accepting transplantation immediately by comparing the treatment spending between two transplantation chances and improvement quantum of immunity cost after transplantation operation. Then the set of online algorithms for curable patients are presented. These online algorithms are evaluated by introducing a risk reward model into the competitive analysis. Results show that the ratio of the spendings caused by both the online algorithms and the offline algorithms are less than 2. Patients can choose online algorithms by their own treatment expects and risk tolerance to obtain corresponding risk compensation with a minimum treatment spending.

Keywords: kidney transplantation; acceptance decision; online algorithm; competitive analysis; risk reward

近年来,随着肾移植技术的快速发展和等待肾移植患者的增加,符合移植条件的肾资源就显得非常匮乏,而且法律禁止人体器官买卖,因此肾资源只能以分配的形式进行管理.卫生部将要建立全国性的器官资源分配网络,以应对患者的平均等待时间日益延长的局面.分配网络需要平衡效率(肾资源应分配给将获得最大期望疗效的患者)和公平(患者享有平等获得肾资源的权利)的原则^[1],并通过建立患者、肾资源信息库,提高整体效益^[2].国外学者着重研究了网络的分配方法问题,先后提出了动力学随机分配法^[3]、动力学控制模型^[4]、静态分配方案^[1]等,但这种分配具有双向选择性,即患者会就某种原因拒绝接受分配的肾资源.为此,分析患者的接受决策也是保证肾资源有效分配的重要内容,如 Ahn 和 Hornberger^[5]引入了决策理论,Howard^[6]采用了动态规划方法,Schnitzler^[7]则通过马氏链进行模拟.

上述的接受决策主要是采用局外算法——知道全部信息而做出决策的算法.然而,接受决策问题本质上属于局内问题——只知道局部信息而需要对全局做出决策的问题.该决策主要针对2种情况:肾疾病可以治愈和肾疾病不可治愈.前者,由于医学治疗的非确定性,医生只能根据阶段检查结果决定是否继续治疗,治疗的终止时间无法预知,所以患者需要在进行治疗和接受移植之间进行决策;后者,由于免疫抗原的随机性获取且肾源资源的免疫抗原配型的准确信息无法预知,所以患者需要在立即接受移植和等待更合适的肾资源之间进行决策.

本文从局内的角度研究了接受决策问题,提出并分析了解决接受决策问题的局内算法,同时在竞争分析中引入了风险补偿模型^[8],以评价局内算法的改进比率,衡量算法的补偿收益.

1 问题的描述

在局内接受决策问题中,假设患者需要治疗 n 个疗程,并在第 k 个疗程结束后($k \leq n$)能够得到新信息(继续治疗或者结束治疗) i_k ,那么患者得到的所有信息将构成信息集合 $I = \{i_k\}$,而前 k 个疗程结束后得到的新信息将构成局部信息集合 $I_k = \{i_j | j \leq k\}$;又设患者在第 k 个疗程结束后将做出决策(继续治疗或者接受肾移植) o_k ,则决策集合 $O = \{o_k\}$.因此,局内肾移植接受决策问题就是患者在第 k 个疗程结束后,在仅拥有局部信息 I_k 的情况下如何对全局做出决策 o_k ,使得治疗费用最小.

设 A 为一局内算法, $A(I_k)$ 是第 k 个疗程结束后算法依据信息 I_k 做出的决策,那么由此决策带来的费用为 $C_A[k]$;又设 B 为一最优局外算法, $B(I_k)$ 是第 k 个疗程结束后算法依据全部信息 I 做出的最优决策,那么由此决策带来的费用为 $C_B[k]$.若存在若干组与 I 无关的常数 α_k 和 β_k 满足 $C_A[k] \leq \alpha_k C_B[k] + \beta_k$,则局内算法 A 的竞争比为

$$\alpha_A = \sup_{I_k \subseteq I} \frac{C_A[k]}{C_B[k]} \quad (1)$$

这说明,局内算法 A 能够保证治疗费用收敛于治疗费用最小、最优的 α_A 倍,而患者的目标是通过选择最优的局内算法使竞争比最小.

肾疾病的治疗费用是依据病情和疗效变化的,用 $c(t) (t \in N)$ 表示第 t 天的治疗费用,第 t 天到第 $t+1$ 天的治疗费用之和为 $\Delta_{s_\lambda}^{t+1} = \int_{s_\lambda}^{s_{\lambda+1}} c(t) dt$,又设接受肾移植的费用为 $T = \int_0^q c(t) dt (q \in N)$.

综上所述,肾疾病可以治愈的患者有2种决策方案:继续逐日支付治疗费用 $c(t)$ 或支付移植费用 T 实施肾移植手术并结束治疗(此处暂不考虑遏制术后免疫排斥反应的费用).肾疾病不可治愈的患者也有2种决策方案:支付移植费用 T 以实施肾移植手术并负担遏制术后免疫排斥反应的费用、逐日支付治疗费用 $c(t)$,以等待免疫抗原配型更加合适的肾资源,支付移植用 T 以实施肾移植手术并负担较低的术后费用.肾资源的免疫抗原配型(HLA)与患者的 HLA 之间存有误码,这将导致免疫排斥反应,若排斥概率 P 与 HLA 误码率 $\kappa, \kappa \in N$ 且 $\kappa \in [0, 6]$ 之间满足关系 $P = 0.059\kappa - 0.034$ ^[9],患者则需要服用药物遏制免疫排斥反应. P 与药物价格正相关,因此肾移植接受决策问题是:是否继续治疗、何时实施移植、是否立即移植、可否等候更为合适的肾资源等,且使得治疗费用最小.

设 A_R 为患者能够承担的风险 $R > 1$ 的局内算法,则该算法的风险是 A_R 的竞争比 α_{A_R} 与 α_A 的比值 $R = \frac{\alpha_{A_R}}{\alpha_A}$,该比值反映了 A_R 对 A 的最大机会成本^[10].预期是对未来治疗效果的预测,包含未来可能产生的局部信息,即为所有可能信息序列的子集.设 A_R 的补偿收益是 A 的竞争比和预期成功时 A_R 的竞争比 α_A^{FS} 的比值 $i_{A_R} = \frac{\alpha_A}{\alpha_{A_R}^{\text{FS}}}$,则该比值在预期成功时可衡量 A_R 的改进比率.患者可以基于此给出最大的风险容忍度 R_{max} 和预期,然后在风险可以担当

的算法($R < R_{\max}$)中选择预期成功后补偿最大的算法。

2 不可治愈肾疾病移植接受决策的竞争比

设患者的HLA与第 λ 次移植机会的肾资源的HLA之间的误码率为 κ_λ ,术后免疫费用为 $H_\lambda = f(P_\lambda, \kappa_\lambda)$,那么患者的HLA与第 $\lambda+1$ 次移植机会的肾资源的HLA之间的误码率为 $\kappa_{\lambda+1}$,术后免疫费用为 $H_{\lambda+1}$,且 $(\forall \lambda)(\kappa_\lambda > \kappa_{\lambda+1})(H_\lambda > H_{\lambda+1})$,即此处规定,患者如果放弃一次移植机会,则将在下一次获得免疫抗原配型更加合适的肾资源。如果第 λ 次移植机会距开始治疗有 s_λ 天,第 $\lambda+1$ 次移植机会距开始治疗有 $s_{\lambda+1}$ 天,2次机会之间的治疗费用为 Δ_λ^{s+1} ,而且假设任意2次移植机会的时间间隔不超过 φ 天,考虑采用局内算法A:患者放弃第 λ 次移植机会。若 $\Delta_\lambda^{s+1} > H_\lambda - H_{\lambda+1}$,则在第 $\lambda+1$ 次移植机会接受肾移植;据此,有下述2种估算。

(1)当 $\Delta_\lambda^{s+1} > H(P_\lambda, \kappa_\lambda) - H(P_{\lambda+1}, \kappa_{\lambda+1})$ 时,采用局内算法A将治疗 $s_{\lambda+1}$ 天,然后接受肾移植;采用局外算法B将治疗 s_λ 天,然后接受肾移植。则, $C_A = \Delta_0^{s+1} + T + H_{\lambda+1}$, $C_B = \Delta_0^s + T + H_\lambda$,那么 $\alpha_A = \frac{\Delta_0^{s+1} + T + H_{\lambda+1}}{\Delta_0^s + T + H_\lambda} \Rightarrow \alpha_A \leq 1 + \frac{\Delta_0^s}{\Delta_0^s + T + H_\lambda}$ 。

(2)当 $\Delta_\lambda^{s+1} > H_\lambda - H_{\lambda+1}$ 且 $\Delta_\lambda^{s+2} < H_\lambda - H_{\lambda+2}$ 时,采用局内算法A将治疗 $s_{\lambda+1}$ 天,然后接受肾移植;采用局外算法B将治疗 $s_{\lambda+2}$ 天,然后接受肾移植。则, $C_A = \Delta_0^{s+1} + T + H_{\lambda+1}$, $C_B = \Delta_0^{s+2} + T + H_{\lambda+2}$,那么 $\alpha_A = \frac{\Delta_0^{s+1} + T + H_{\lambda+1}}{\Delta_0^{s+2} + T + H_{\lambda+2}} < 1 + \frac{H_{\lambda+1}}{\Delta_0^{s+2} + T + H_{\lambda+2}}$ 。

目前,肾移植手术费用为2~3万元,住院费用为4~6万元,术后免疫费用为6~10万元,因此估算(1)中 $\alpha_A \approx 1 + \frac{6}{(4+2+6)} = 1.5$,估算(2)中 $\alpha_A \approx 1 + \frac{10}{(5+2+9)} = 1.625$ 。根据竞争比的定义,局内算法A的竞争比约为1.5。

3 可治愈肾疾病移植接受决策的竞争比

设患者治愈肾疾病需要 $s(s \in N)$ 天,考虑采用局内算法C:患者首先选择治疗,如果治疗超过 $s-1$ 天,则接受肾移植。据此,有下述2种估算。

(1) $s < q$ 时,采用局内算法C将治疗 $s-1$ 天,然

后接受肾移植,则 $C_C = \Delta_0^{s-1} + T$;采用局外算法B将治疗 s 天,则 $C_B = \Delta_0^s$ 。那么, $\alpha_C = \frac{\Delta_0^{s-1} + T}{\Delta_0^s} = 1 + \frac{T - c(s)}{\Delta_0^s} \geq 2$ 。

(2) $s \geq q$ 时,采用局内算法C将治疗 $s-1$ 天,然后接受肾移植,则 $C_C = \Delta_0^{s-1} + T$;采用局外算法B将立即接受肾移植,则 $C_B = T$ 。那么, $\alpha_C = 1 + \frac{\Delta_0^{s-1}}{T} \geq 2 - \frac{c(s)}{T}$ 。

根据竞争比的定义,当 $s=q$ 时,局内算法C的竞争比为 $\alpha_C = 2 - \frac{c(s)}{T}$ 。

患者可能有2种预期:治疗的天数 $j < q$;治疗的天数 $j \geq q$,那么有下述2种情况。

(1) $j < q$ 时, $(\forall t \geq 1)(\exists A \in I_t)$,则预期成功时患者的花费与局外算法B相同,即 $\alpha_C^{\text{FS}} = 1$,所以仍然应该采用局内算法C,此时补偿收益为 $i_C = \frac{\alpha_C}{\alpha_C^{\text{FS}}} = 2 - \frac{c(s)}{T}$ 。

(2) $j \geq q$ 时,考虑风险容忍算法 A_R :患者首先选择治疗,如果治疗超过 $s = \frac{q}{\alpha_A R - 1}$ 天,则接受肾移植。由于竞争比 $\alpha_{A_R} = \frac{\Delta_0^s + T}{\min(\Delta_0^s, T)}$,那么如果 $\Delta_0^s < T$,

则 $\alpha_{A_R} = 1 + \frac{T}{\Delta_0^s} < \alpha_C R, s > c^{-1}\left(\frac{T}{(\alpha_C R - 1)}\right)$,其中 c^{-1} 是 $c(t)$ 的反函数;否则 $\alpha_{A_R} = 1 + \frac{\Delta_0^s}{T} \leq \alpha_C R \Rightarrow s \leq c^{-1}(T(\alpha_C R - 1))$ 。

当预期成功时,采用风险容忍算法 A_R 将治疗 s 天,然后接受肾移植,则 $C_{A_R} = \Delta_0^s + T$;采用局外算法B将接受肾移植,则 $C_B = T$ 。那么, $\alpha_{A_R} = 1 + \frac{\Delta_0^s}{T}$ 即为 $s = \frac{T}{(\alpha_C R - 1)}$ 时风险容忍算法 A_R 的竞争比。若简化 $c(t)$ 趋近于某种高斯分布,那么

$$\Delta_0^s \approx c\left(\frac{s}{2}\right)(s-0), \alpha_{A_R} \approx 1 + \frac{c\left(\frac{s}{2}\right)}{\alpha_C R - 1}, \text{补偿收益为}$$

$$i_{A_R} = \frac{\alpha_C(\alpha_C R - 1)}{\alpha_C R + c\left(\frac{s}{2}\right) - 1}.$$

4 结 论

患者是否接受肾移植,是具有双向选择的肾资源分配网络管理的重要问题之一。如果网络分配给

患者的肾资源遭到拒绝,不仅会造成肾资源的浪费,而且会影响参与者对分配网络的信心,最终可能导致分配网络的崩溃,但是采用强制要求患者接受肾资源则更不合理.只有从患者利益最大化的角度研究患者的接受决策问题,并以此作为分配依据,才能改善分配策略,才能最大程度地降低拒绝的可能性,提高网络的整体效率.

本文针对患者的接受决策问题的局内性,提出了在肾疾病可以治愈的情况下,具有竞争比为 $2 - \frac{c(s)}{T}$ 的局内算法;肾疾病在无法治愈的情况下,具有竞争比约为 1.5 的局内算法.同时,针对肾疾病可以治愈的患者,并考虑到治愈时间可根据病情给出预期,不同的患者具有不同的风险容忍度,并提出了局

内算法集合.竞争比约为 $\alpha_{AR} \approx 1 + \frac{c(\frac{s}{2})}{\alpha CR - 1}$ 的局内风险算法,补偿收益为 $i_{AR} = \frac{\alpha c(\alpha CR - 1)}{\alpha CR + c(\frac{s}{2}) - 1}$,患者可

以根据容忍度和预期来选择合适的局内算法,以获得对应的竞争比和补偿收益.

参考文献:

- [1] SU Xuanming, ZENIOS S A. Recipient choice can address the efficiency-equity trade-off in kidney transplantation: a mechanism design model [J]. *Management Science*, 2006, 52(11):1647-1660.
- [2] ZENIOS S A. Optimal control of a paired-kidney exchange program [J]. *Management Science*, 2002, 48(3):328-342.
- [3] DAVID I, YECHIALI U. Sequential assignment match processes with arrivals of candidates and offers [J]. *Probability in the Engineering and Information Sciences*, 1990, 4(4):413-430.
- [4] ZENIOS S A, CHERTOW G M, WEIN L M. Dynamic allocation of kidneys to candidates on the transplant waiting list [J]. *Operation Research*, 2000, (48):549-569.
- [5] AHN J H, HORNBERGER J C. Involving patients in the cadaveric kidney transplant allocation process: a decision theoretic perspective [J]. *Management Science*, 1996, 42(5):629-641.
- [6] HOWARD D H. Why do transplant surgeons turn down organs a model of the accept reject decision [J]. *Journals of Health Economy*, 2002, 21(6):957-969.
- [7] SCHNITZLER M A, WHITING J F, BRENNAN D C, et al. The expanded criteria donor dilemma in cadaveric renal transplantation [J]. *Transplantation*, 2003, 75(12):1940-1945.
- [8] AL-BINALI S. A risk reward framework for the competitive analysis of financial games [J]. *Algorithmica*, 1999, 25(1): 99-115.
- [9] 尔秀江, 解泽林, 杜林栋, 等. 肾移植术后早期急性排斥反应与 HLA 误配 [J]. *临床和实验医学杂志*, 2004, 3(4):197-199.
- ER Xiujiang, XIE Zelin, DU Lindong, et al. The early rejection and HLA-A,B,DR mismatching of kidney transplantation [J]. *Journal of Clinical and Experimental Medicine*, 2004, 3(4):197-199.
- [10] 朱志军, 徐寅峰, 徐维军. 局内租赁问题的风险补偿模型及其竞争分析 [J]. *管理科学学报*, 2004, 7(3):64-68.
- ZHU Zhijun, XU Yinfeng, XU Weijun. Risk-reward model of online leasing problem and its competitive analysis [J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2004, 7(3):64-68.

(编辑 苗凌)

[文摘预登]

电力系统多时段无功优化研究

别朝红, 周婷, 王锡凡

(西安交通大学电力设备电气绝缘国家重点实验室, 710049, 西安)

针对电力系统的多时段无功优化问题,在基于统计学原理的分时段方法基础上,提出了一种基于无功调节设备一天内的最大调节次数的启发式迭代分时段算法,从而可以根据负荷变化的趋势得到无功控制设备动作的时间点.时间点确定之后,即可应用单一负荷下的静态无功优化研究成果,计算得到无功控制设备的调节状态.该方法可以自适应地修正划分时段的门槛值,从而保证了分段的结果具有可操作性. IEEE-39 节点算例的分时段无功优化计算从网损、设备动作次数、计算量 3 个方面说明了本文所提出的分时段策略的有效性,表明了本方法不仅可明显降低网损,而且可以简化无功优化控制操作.